Taki Academy
www.takiacademy.com

Mathématiques

Théme : Suites réelles

Suite définie par une somme 1

Exercice :

1°) Vérifier que pour tout entier non nul k, $\dfrac{1}{k(k+1)}=\dfrac{1}{k}-\dfrac{1}{k+1}$.

2°) En déduire la limite de la suite (W_n) définie par $W_n=\sum_{k=1}^{n}\dfrac{1}{k(k+1)}$, $n\geq 1$.

1°) $\forall k\in\mathbb{N}^*$; $\dfrac{1}{k}-\dfrac{1}{k+1}=\dfrac{k+1-k}{k(k+1)}$

$=\dfrac{1}{k(k+1)}$

2°) $\forall n\in\mathbb{N}$; $W_n=\sum_{k=1}^{n}\dfrac{1}{k(k+1)}$

$=\sum_{k=1}^{n}\left(\dfrac{1}{k}-\dfrac{1}{k+1}\right)$

$=\sum_{k=1}^{n}\dfrac{1}{k}-\sum_{k=1}^{n}\dfrac{1}{k+1}$

$=\left(1+\dfrac{1}{2}+\dots+\dfrac{1}{n}\right)-\left(\dfrac{1}{2}+\dots+\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{n+1}\right)$

$$= 1 - \frac{1}{n+1}$$

$$\lim_{n\to+\infty} w_n = \lim_{n\to+\infty} 1 - \frac{1}{n+1} = 1$$

$\frac{1}{n+1} \to 0_{+\infty}$